

Les fonctions**Exercice 1 :**

Calculer les limites suivantes :

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2 + \sin\left(\frac{1}{x}\right)} \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2|x|}{x} \quad 3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+5} - \sqrt{x-3} \quad 5) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x, \quad a \in \mathbb{R}$$

Exercice 2 :

Etudier la continuité des fonctions suivantes :

$$1) f(x) = e^{-\frac{1}{x^2}}, \quad f(0) = 0$$

$$2) g(x) = \frac{|x| - x}{x}, \quad g(0) = 1$$

Exercice 3 :

$$1) \text{Montrer que l'équation } \cos(2x) = 2\sin(x) - 2 \text{ admet une solution dans } \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$$

$$1) \text{Montrer que l'équation } x^3 + x^2 - x = 5 \text{ admet une solution dans } [-1, 2]$$

Exercice 4 :

Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

$$1) f(x) = \cos\left(\frac{2}{x}\right) \quad 2) g(x) = \arcsin\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$$

$$3) h(x) = \operatorname{Arctg}\sqrt{x^2 - 1} \quad 4) k(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

Exercice 5 :

En utilisant la règle de l'Hôpital, trouver la limite des fonctions suivantes :

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(2-x)}{x-1}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{-x}}{\sin(5x)}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x^2)}{x^4}$$

Exercice 6 :

Calculer les primitives suivantes :

$$A = \int x \sin(x) dx$$

$$B = \int x \operatorname{Arctg}(x) dx$$

$$C = \int e^x \sin(x) dx$$

Exercice 7 :

Calculer les intégrales suivantes :

$$1) \int_{-1}^1 \frac{dx}{x^3}$$

$$2) \int_1^e x^2 \ln(x) dx$$

$$3) \int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx \text{ (poser } t = \sqrt{x} \text{)}$$

$$4) \int \frac{x e^x}{(e^x + 1)^2} dx \text{ (poser } t = e^x \text{)}$$

$$5) \int \frac{1}{x} (\ln(x))^4 dx$$

$$6) \int x^2 e^x dx$$

$$7) \int_0^1 \ln(x+1) dx$$

$$8) \int \frac{x^2 - 1}{x + 1} dx$$

$$9) \int \frac{x^2 + 1}{x - 1} dx$$

$$10) \int \frac{1 + 2x + 3x^2}{x + x^3} dx$$